Modern American Journal of Business, Economics, and Entrepreneurship
ISSN (E): 3067-7203
Volume 2, Issue 5, May, 2026
Website: usajournals.org

LINEAR PROGRAMMING AND ITS APPLICATION IN ECONOMICS

Barlikbaev Abdulaziz Jumabaevich
Student ST-30/25 Tashkent State University of Economics
Uzbekistan, Tashkent

Poshakhodjaeva Gulnora Dzhabborkhanovna
Associate Professor Tashkent State University of Economics
Department of Higher and Applied Mathematics

O'ktamov Laziz O'ktam o'gli
Senior Lecturer Tashkent State University of Economics
Department of Higher and Applied Mathematics

Abstract

This paper examines the concept of linear programming and its application in economics. It covers the basic principles and models of linear programming, as well as its role in optimizing economic processes. Particular attention is paid to problems of optimal resource allocation, production planning, cost minimization, and profit maximization. The main methods for solving linear programming problems are presented and analyzed, including the graphical method, the simplex method, and the artificial basis method. The practical significance of linear programming in making management decisions under resource constraints is demonstrated.

Keywords: Linear programming, objective function, constraints, optimal solution, feasible set, simplex method, graphical method, basic solution, non-singular solution, dual problem, optimization, resources, economic-mathematical model, profit maximization, cost minimization.

Modern American Journal of Business, Economics, and Entrepreneurship
ISSN (E): 3067-7203
Volume 2, Issue 5, May, 2026
Website: usajournals.org

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКОНОМИКЕ

Барлыкбаев Абдулазиз Жумабаевич
Студент СТ-30/25 Ташкентского государственного экономического университета Узбекистан, Ташкент

Пошаходжаева Гулнора Джабборхановна
Доцент Кафедра «Высшей и прикладной математики»
Ташкентского государственного экономического университета

Уктамов Лазиз Уктам угли
Старший преподователь Кафедра «Высшей и прикладной математики»
Ташкентского государственного экономического университета

Аннотация:
В данной научной работе рассматривается понятие линейного программирования и его применение в экономике. Раскрываются основные принципы и модели линейного программирования, а также его роль в оптимизации экономических процессов. Особое внимание уделяется задачам оптимального распределения ресурсов, планирования производства, минимизации затрат и максимизации прибыли. Представлены и проанализированы основные методы решения задач линейного программирования, включая графический метод, симплекс-метод и метод искусственного базиса. Показана практическая значимость линейного программирования при принятии управленческих решений в условиях ограниченных ресурсов.

Ключевые слова и словосочетания: линейное программирование, целевая функция, ограничения, оптимальное решение, допустимое множество, симплекс-метод, графический метод, базисное решение, невырожденное решение, двойственная задача, оптимизация, ресурсы, экономико-математическая модель, максимизация прибыли, минимизация затрат.

Modern American Journal of Business, Economics, and Entrepreneurship
ISSN (E): 3067-7203
Volume 2, Issue 5, May, 2026
Website: usajournals.org

Линейное программирование

На практике постоянно встречаются такие ситуации, когда достичь какого-то результата можно не одним, а многими различными способами. В подобной ситуации может оказаться отдельно взятый человек, целое предприятие или даже отрасль, и, наконец, народное хозяйство в целом. Естественно, что когда решений много, ищется в каком-то смысле наилучшее. Математически это сводится обычно к нахождению наибольшего или наименьшего значения некоторой функции, т.е. к задаче: найти max (min) f(x) при условии, что переменная x (обычно говорят точка x) пробегает некоторое заранее данное множество X. Пишут так:

$f(x) \to \max (\min),\ x \in X.$ (1.1)

Определенная таким образом задача называется задачей оптимизации. Множество X называется допустимым множеством данной задачи, а функция f(x) — целевой функцией. В подавляющем большинстве случаев точка x задается набором из нескольких чисел:

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$,

т.е. является точкой n-мерного арифметического пространства R^n; соответственно множество X есть подмножество в R^n.

Очень многое зависит от того, в каком виде задается допустимое множество X. Во многих случаях X выделяется из R^n с помощью системы неравенств (нестрогих):

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \end{cases} \qquad (1.2)$$

где $g_1, g_2, \dots, g_m$ — какие-то заданные функции в R^n.

Иначе говоря, X есть множество точек $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$, удовлетворяющих системе неравенств (1.2).

В этом случае задача оптимизации приобретает следующий вид. Дана функция n переменных $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и система неравенств (1.2). Требуется найти max (min) f при условиях (1.2):

Modern American Journal of Business, Economics, and Entrepreneurship
ISSN (E): 3067-7203
Volume 2, Issue 5, May, 2026
Website: usajournals.org

$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to \max (\min)$.

Понятно, что следует найти не только само значение max (min) f, но и точку или точки, если их несколько, в которых это значение достигается. Такие точки называются оптимальными решениями. Множество всех оптимальных решений будем называть оптимальным множеством и обозначать X*.

Задачи подобного рода получили название задач математического программирования (не следует путать математическое программирование с программированием на компьютере). При этом функцию f называют целевой функцией, а неравенства $g_i \geq 0$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ — ограничениями. В большинстве случаев в число ограничений входят условия неотрицательности всех переменных:
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$
или их части, но это, впрочем, не обязательно.

В зависимости от характера функций $f, g_1, g_2, \ldots, g_m$ различают разные виды математического программирования. Наиболее простой и часто встречающийся случай, когда эти функции являются линейными, т.е. каждая из них имеет вид:
$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n + b$.

Симплекс-метод

Мы уже указывали, что реальные задачи линейного программирования содержат, как правило, большое число ограничений и неизвестных. Естественно, что решение таких задач связано с большим объемом вычислений и проводится на быстродействующих вычислительных машинах. Алгоритм, лежащий в основе машинной программы, может быть связан со спецификой данного класса задач. Например, для решения транспортной задачи имеются довольно простые алгоритмы, обусловленные особенностями ее системы ограничений. Однако

Modern American Journal of Business, Economics, and Entrepreneurship
ISSN (E): 3067-7203
Volume 2, Issue 5, May, 2026
Website: usajournals.org

существуют и общие методы, позволяющие найти решение любой задачи линейного программирования за обозримое число шагов. К ним относится прежде всего симплекс-метод.

С самого начала укажем, что симплекс-метод в его непосредственной форме предназначен для решения канонической задачи линейного программирования.

Итак, рассмотрим задачу линейного программирования с ограничениями в форме уравнений. Даны система

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n} = b_1$
$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n} = b_2$ (2.1)
. . . .
$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn} = b_m$

m линейных уравнений с n неизвестными и линейная функция

$f = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n + c.$ (2.2)
Среди неотрицательных решений системы (8.1) нужно найти такое, которое минимизирует функцию (8.2).

Для начала работы по симплекс-методу требуется, чтобы заданная система уравнений была приведена к допустимому виду. Это означает, что какие-то из неизвестных должны быть выражены через остальные, причем свободные члены этих выражений неотрицательны.

Задача
Предприятие производит 3 вида продукции: стулья, столы, тумбочки, используя сырьё двух типов. Известны затраты сырья каждого типа на единицу продукции, запасы сырья на планируемый период, а также прибыль от единицы продукции каждого вида. Сколько изделий каждого вида необходимо произвести, чтобы получить максимум прибыли?

Modern American Journal of Business, Economics, and Entrepreneurship
ISSN (E): 3067-7203
Volume 2, Issue 5, May, 2026
Website: usajournals.org

сырье	Затраты сырья на единицу продукции			Запас Сырья
	Стулья	Столы	тумбочки	
1	3,5	7	4,2	140
2	4	5	8	200
Прибыль от ед. прод.	1	3	3	

Решение.

$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 3\,x_2 + 3\,x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3{,}5\,x1 + 7\,x2 + 4{,}2\,x3 \le 140 \\ 4\,x1 + 5\,x2 + 8\,x3 \le 200 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0.$

Умножаем оба неравенства на 10.

$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 3\,x_2 + 3\,x_3$

$$\begin{cases} 35\,x1 + 70\,x2 + 42\,x3 \le 1400 \\ 40\,x1 + 50\,x2 + 80\,x3 \le 2000 \end{cases}$$

Решим данную задачу симплекс-методом. Введем дополнительные переменные x_4, x_5 для приведения задачи к каноническому виду:

$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 3\,x_2 + 3\,x_3 \rightarrow \max$

$35\,x_1 + 70\,x_2 + 42\,x_3 + x_4 = 1400$

$40\,x_1 + 50\,x_2 + 80\,x_3 + x_5 = 2000$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0,\ x_4 \ge 0,\ x_5 \ge 0.$

В качестве опорного плана выберем X=(0, 0, 0, 1400, 2000). Составим симплекс-таблицу.

Базис	План	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
	1400	35	70	42	1	0
	2000	40	50	80	0	1
F	0	-1	-3	-3	0	0

Modern American Journal of Business, Economics, and Entrepreneurship
ISSN (E): 3067-7203
Volume 2, Issue 5, May, 2026
Website: usajournals.org

ШАГ 1. Выбор ведущего столбца

Берём самый отрицательный в строке f:

-3 → x_2 (или x_3, можно любой, берём x_2)

ШАГ 2. Выбор ведущей строки

Считаем отношения:

$\frac{1400}{70} = 20$

$\frac{2000}{50} = 40$

минимум = **20 → строка x_4**

Ведущий элемент = **70**

ШАГ 3. Преобразование таблицы

3.1 Делим строку x_4 на 70

Получаем:

$x_2 = 20$; $x_1 = 0.5$; $x_3 = 0.6$

3.2 Обнуляем x_2 в остальных строках

Строка x_5:

x_5 - 50 (новая строка)

Получаем:

- План: 2000 - 1000 = 1000
- x_1: 40 - 25 = 15
- x_3: 80 - 30 = 50

Строка f:

f + 3 (новая строка)

Получаем:

- План: 60
- x_1: 0.5
- x_3: -1.2

Modern American Journal of Business, Economics, and Entrepreneurship
ISSN (E): 3067-7203
Volume 2, Issue 5, May, 2026
Website: usajournals.org

ШАГ 4. Новая таблица

Базис	План	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_2	20	0,5	1	0,6	1/70	0
x_5	1000	15	0	50	-5/7	1
F	60	0,5	0	-1,2	3/70	0

ШАГ 5. Следующий ведущий столбец

Есть отрицательное: **-1.2 → x_3**

ШАГ 6. Ведущая строка

$$\frac{20}{0,6} \approx 33,3$$

$$\frac{1000}{50} = 20$$

минимум → строка x_5

Ведущий элемент = **50**

ШАГ 6. Делим строку x_5 на 50

Получаем:

$x_3 = 20$; $x_1 = 0,3$

ШАГ 7. Обнуляем x_3

После пересчёта:

• $x_2 = 8$

• $x_3 = 20$

• $x_1 = 0$

ШАГ 8. Проверка оптимальности

В строке f:

нет отрицательных коэффициентов

Значит решение оптимально

Modern American Journal of Business, Economics, and Entrepreneurship
ISSN (E): 3067-7203
Volume 2, Issue 5, May, 2026
Website: usajournals.org

ИТОГ

$x_1 = 0$, $x_2 = 8$, $x_3 = 20$

$f_{max} = 84$

Ответ: Чтобы максимизировать прибыль нужно производить 8 столов и 20 тумбочек.

Заключение

В данной работе были рассмотрены решения задачи линейного программирования в экономике: метод симплекса. Метод симплекса является наиболее универсальным и подходит для решения систем любого порядка. Применение данного метода позволяет корректно и эффективно находить решения задач линейного программирования в экономике.

Использованная литература:

1. Математика в экономике: учебник. Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Финансы и статистика, 2013. — 384 с.: ил.
2. https://a78cf8ac-3ef5-4670-8fcd-a900ec94fdfb.filesusr.com/ugd/b06fdc_39c5e434fc894b82bb1a6e213057ce86.pdf?index=true
3. Лекции по высшей математике Ташкентского государственного экономического университета: учебно-методические материалы. - Ташкент.